

Aplicação de centralidades de grafos em competições no modelo de grupos e “mata-mata”: aplicação na Eurocopa 2016

Luiza Serra Moreira, José Artur Moraes Vieira, Tulio Rabelo de A. Mota e João Carlos Correia B. S. de Mello

Este trabalho busca estudar a aplicação de centralidade de grafos em competições disputadas em duas fases, de grupo e eliminatórias, sendo esta última no modelo “mata-mata”. O estudo realizado comparou o resultado oficial do campeonato estudado, a Eurocopa 2016, com a classificação dada pelo ranking oficial da FIFA à época e com o obtido a partir da aplicação das centralidades em graus e em camadas, a qual avalia a importância de cada elemento da rede, com base na sua quantidade de conexões com elementos relativamente influentes. Os resultados obtidos confirmam os oficiais, já que quanto mais o time avança na competição, mais vitórias ele conquista. Além disso, esta metodologia de análise se mostrou satisfatória para a identificação do desempenho dos favoritos e das “zebras” ou “azarões”, nomes populares para times que possuem baixa expectativa de desempenho e acabam surpreendendo dentro da competição. Isso é possível pois a aplicação de centralidades permite analisar se a classificação final da Seleção foi obtida com vitórias contra equipes fortes ou fracas. Como conclusão, foi possível destacar o bom desempenho da Islândia e o desempenho abaixo do esperado da Alemanha, mesmo esta última tendo avançado mais na competição.

As competições esportivas, principalmente as de futebol, movimentam cifras milionárias ao redor do mundo seja com transações comerciais de jogadores, venda de objetos oficiais, propaganda, turismo, direitos televisivos e patrocínio. Este último é interessante para as empresas pois associar a marca com um time vitorioso é uma maneira eficaz de aumentar a visibilidade e a aproximação do público com o produto ou serviço que está sendo comercializado.

A exemplo da Copa do Mundo de 2018 sediada na Rússia, segundo o Jornal Gazeta do Povo, o empate entre Brasil e Suíça, primeira rodada da fase de grupos, anotou 55,2 pontos de audiência, o que representa 248.647 domicílios e 693.786 indivíduos. Ou seja, mais de 38 milhões de pessoas acompanharam a estreia brasileira em 13 milhões de casas. Isso também representa que 38 milhões brasileiros tiveram contato com marcas patrocinadoras dos dois times e do próprio evento. Os números superlativos em audiência mostram o alcance econômico e social deste esporte quando da realização de eventos desta magnitude.

Brandão (2015) utilizou o cálculo de centralidade de camada para analisar o Campeonato da Taça Guanabara 2014.

Este campeonato é realizado no modelo somatório de pontos em que todos os times se enfrentam e, ao final da última rodada, é declarado campeão aquele que obtiver a maior pontuação. Utilizando como base o trabalho descrito acima, este estudo tem como principal objetivo verificar a aplicação desta técnica em campeonatos no modelo “mata-mata” em que os times perdedores são eliminados conforme o avanço da competição.

A análise pela Teoria dos Grafos foi motivada pela viabilidade que esta técnica proporciona em avaliar os resultados entre jogos no sentido de obter vitórias ou ser derrotado contra times forte e fracos. Nesse sentido, as medidas de centralidade em grafos tornam-se fundamentais, pois a importância de cada elemento em relação à rede é demonstrada, com base em suas conexões com outros elementos (ERCSEY-RAVASZ ET AL., 2012).

No presente trabalho, com o objetivo de analisar o resultado das seleções de futebol dentro de uma competição pela ótica da teoria dos grafos, foram calculadas:

(i) as centralidades em grau, que é definida grosseiramente como o número de ligações incidentes de um vértice,

(ii) a estratificação dos times por centralidades em camadas, preliminarmente introduzida por Bergiante et al. (2011), a qual avalia a importância de cada elemento da rede, com base na sua quantidade de conexões com elementos relativamente influentes, o que permitirá destacar as seleções que avançaram vencendo outras seleções mais ou menos influentes (favoritas ou “zebras”).

Além disso, de maneira a incrementar os objetos de comparação, foi utilizado o ranking geral da competição, que representa a última etapa que a seleção alcançou, e o oficial da FIFA em 2016, que ordena a posição da seleção baseada em desempenhos de outras competições anteriores. Por fim, os resultados serão comparados ao resultado oficial.

Além desta introdução, este artigo apresenta uma revisão da literatura que traz algumas aplicações de centralidades e trabalhos pretéritos que também utilizaram mais de uma medida de centralidade em seu desenvolvimento. Além disso, o estudo apresenta o referencial teórico utilizado neste estudo e uma aplicação com exemplo numérico. Em seguida foi realizado o estudo de caso com os resultados oficiais da Eurocopa 2016 e por fim são apresentadas as conclusões.

1. Revisão de literatura

Centralidade em grafos vem sendo utilizadas para analisar diversos tipos de rede, em áreas de conhecimento distintas. Isso pode ser comprovado ao se realizar uma busca a artigos ou teses, no Portal de Periódicos Capes, utilizando somente “graph centrality” como termo, o resultado, em julho de 2018, mostra 99 publicações, desde 1986 até o presente momento.

É importante ressaltar a diversidade de campos de aplicação do assunto em pauta. Moradi et. al (2012) propuseram um método para fornecer algum conhecimento prévio útil para o estudo do desempenho de aprendizagem de um indivíduo, com base em duas medidas de centralidade gráfica. Já De Sousa e Kropatsch (2015), contribuíram para a solução do problema de registro em redes sociais ao introduzir as centralidades das redes sociais como uma variante do Coherent Point Drift (CPD), integrando as centralidades grau, interdependência, proximidade, autovetor e paerank. Esta última medida foi proposta por Page et al. (1999) para diversas aplicações relacionadas à internet, sendo, inclusive, utilizada pelo Google para ordenar os resultados de buscas.

Assim como no presente estudo, Jiang et al. (2014) aplicaram centralidade em esportes, entretanto, estes autores, almejavam avaliar o desempenho de cada time, com base na dificuldade dos jogos vencidos, a qual dependeria da força dos seus oponentes, para tal utilizou a centralidade de autovetor.

Joyce et al. (2010) desenvolveram uma nova medida de centralidade, utilizando como referência medidas tradicionais de centralidade, dentre elas, as de informação e de autovetor, tal medida foi denominada leverage centrality, e avalia o grau de dependência dos vizinhos a cada elemento. Brandão et al (2016), também utilizaram como referência medidas tradicionais de centralidade, dentre elas, as de informação e de autovetor, comparando-as à nova medida proposta, neste caso a centralidade em camadas.

2. Medidas de centralidade

Um grafo $G = (V(G), E(G))$ é uma estrutura composta por vértices $V = V(G)$ e arestas $E = E(G)$. Sejam v_i e v_j vértices do grafo G , diz-se que v_i e v_j são adjacentes se a aresta $e_{ij} = (v_i, v_j)$ pertence ao conjunto E . Um grafo é considerado orientado caso um par de vértices v_i e v_j são conectados por uma aresta com sentido definido de v_i para v_j ou de v_j para v_i . Seja G um grafo com n vértices, sua Matriz Adjacência $A(G)$ é uma matriz de ordem n , onde a_{ij} é definido pela formulação (1):

(1)

a_{ij} =quantidade de arestas de ligam v_i a v_j
 $a_{ij}=0$, caso não haja ligação entre os vértices v_i e v_j

A primeira pesquisa sobre centralidade surgiu em uma análise de rede social. Esse tipo de rede se refere a conjunto de pessoas conectadas por relacionamentos sociais. Toda rede, social ou não, pode ser representada por um grafo.

Cada posição na rede corresponde a um vértice no grafo e cada possível relação entre as posições corresponde a uma aresta que conecta um par de vértices. Os vértices mais centrais são aqueles que a partir dos quais podemos atingir qualquer outro com mais facilidade ou rapidez. (FREITAS, 2010)

Nesta seção, é feita uma introdução às diferentes medidas de centralidade que tem como função avaliar a importância dos nós em uma rede de acordo com sua posição estrutural. A centralidade de grau conta o número de arestas incidentes a um vértice do grafo.

A centralidade de proximidade está relacionada com a distância total de um vértice a todos os demais vértices do grafo.

A centralidade de intermediação mede quantas geodésicas entre todos os pares de vértices do grafo passam através de um determinado vértice. Por fim, a centralidade de autovetor está relacionada com os autovalores e os autovetores da Matriz Adjacência de um grafo.

2.1 Centralidade de Grau (Degree)

Proposta por Shaw (1964), a centralidade de grau calcula o número de ligações que um determinado vértice possui, ou seja, o número de contatos diretos que ele possui. Exemplificando, uma pessoa que se encontra em uma posição que permite o contato direto com muitos outros é vista pelos demais como um canal maior de informações, por isso é considerada mais central.

Seja G um grafo qualquer (conexo ou não), não direcionado, com n vértices e seja v_k um vértice de G . A centralidade de grau de v_k , denotada por d_k , é o número de arestas incidentes a v_k . A formulação (2) apresenta a definição da centralidade de grau d_k :

$$d_k = \sum_{j=1}^n a_{kj} \quad (2)$$

onde a_{kj} são elementos da matriz de adjacência $A(G)$.

Neste estudo, por se tratar da utilização de um grafo direcionado, será utilizada a definição proposta por Sinha e Mihalcea (2007) em que a medida de centralidade se dá pela diferença entre as somas das arestas que saem do vértice (out-degree) pela soma das arestas que são recebidas pelo vértice (in-degree). Ou seja, a medida de centralidade de grau de um time será o somatório de vitórias subtraído do somatório de derrotas. A fórmula para o cálculo desta centralidade pode ser vista na formulação (3):

$$d_k = \sum_{j=1}^n a_{ij} - \sum_{j=1}^n a_{ji} \quad (3)$$

2.2 Centralidade de Autovetor (Eigenvector)

A centralidade de autovetor mede a conexão de um setor a outros com elevada centralidade de grau. A medida proposta por Bonacich (1987), chamada centralidade de autovetor, é baseada no conceito de autovalores e autovetores da matriz de adjacência do grafo G .

Seja G um grafo conexo com n vértices e seja v_k um vértice de G . A formulação (4) apresenta a centralidade de autovetor de v_k .

(4)

$$c_{\text{eig}}(v_k) = x_k$$

onde x_k é a k -ésima coordenada do autovetor positivo unitário x associado ao índice do grafo.

A centralidade de autovetor possui algumas desvantagens. De acordo com Derudder et al (2003), esta medida não pode ser aplicada a um grafo que possui clique. Taylor et al (2002) afirmam que a centralidade de autovetor não apresenta resultados úteis quando as redes são grandes. Por isso, este estudo apresenta uma medida alternativa de centralidade.

Neste estudo não serão analisadas as centralidades de autovetor uma vez que a centralidade de camadas, como será abordado adiante, produz resultados similares satisfatórios e evita cálculos complexos.

2.3 Centralidade em Camadas

A centralidade em camadas foi introduzida por Bergiante et al. (2011) e leva em consideração o nível de influência dos vizinhos no cálculo da centralidade. Por este motivo, esta metodologia é considerada mais completa que a centralidade de grau. Ao mesmo tempo resolve os problemas relativos às limitações da centralidade de autovetor.

Esta metodologia é inspirada na Análise Envoltória de Dados (DEA) em Camadas que ordena as unidades produtivas (DMUs) com base na influência que elas possuem nas camadas da fronteira de produção.

Diferentemente das abordagens estudadas anteriormente, a centralidade em camadas não fornece uma medida. A metodologia fornece apenas um ranking.

O procedimento para construir este ranking consiste em identificar os vértices de menor grau de um determinado grafo e colocá-los em último lugar. Em seguida, um sub-grafo é construído sem os vértices de menor grau.

A próxima etapa consiste em recalcular os graus para o sub-grafo e retirar os vértices de menor grau novamente. O processo continua até que não haja mais vértices a serem retirados.

Para facilitar o entendimento da metodologia, este artigo apresenta um exemplo. O grafo 1 é não direcionado, não valorado e possui 10 vértices e 11 arestas conforme mostra a figura 1.

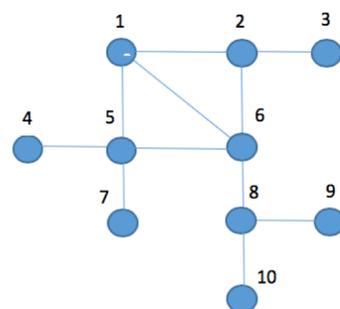


Figura 1 – Grafo 1

A primeira etapa consiste em calcular o grau $d_1(i)$ de cada vértice e identificar os vértices que possuem menor grau. Os vértices que possuem o menor grau $d_1(i) = 1$ são $i = 3, 4, 7, 9$ e 10 . Portanto, a próxima etapa é construir o sub-grafo 2 sem os vértices supramencionados, conforme mostra a figura 2.

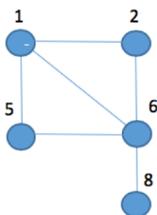


Figura 2 – Sub-grafo 2

Recalculando o grau de cada vértice do sub-grafo 2, obtém-se $d_2(8) = 1$. Isso significa que o vértice 8 possui o menor grau e, portanto, é retirado. A figura 3 apresenta o sub-grafo 3.

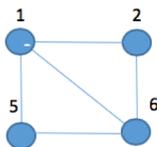


Figura 3 – Sub-grafo 3

Recalculando os graus de cada vértice do sub-grafo 3, é possível perceber que os vértices $i = 2, 5$ possuem grau $d_2(i) = 2$ e por isso são retirados. Finalmente, a figura 4 mostra o sub-grafo 4.

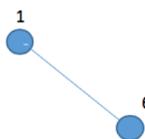


Figura 4 – Sub-grafo 4

A Tabela 1 apresenta a ordenação final dos vértices, ou seja, o *ranking* fornecido pela centralidade em camadas.

Ranking
1,6
2,5
8
3,4,7,9,10

Tabela 1 – Ranking (Centralidade em Camadas)

É importante salientar que a centralidade em camadas pode ser considerada uma metodologia intermediária entre a centralidade de grau e a centralidade de autovetor, pois a medida se baseia nos graus dos vértices mas também leva em consideração a influência dos vizinhos.

3. Estudo de caso

O Campeonato Europeu de Futebol, também conhecido como Euro ou Eurocopa, é o principal torneio de futebol entre seleções de países afiliados a UEFA (União das Associações Europeias de Futebol, do inglês *Union of European Football Associations*). Esta competição ocorre a cada quatro anos e em sua última edição, ocorrida no ano de 2016, o número de seleções participantes aumentou de 16 para 24.

Desde 1968, o campeonato é dividido em fases eliminatórias sendo, na sequência, fase de grupos, oitavas de finais, quartas de finais, semifinal e final. Na primeira, os participantes são divididos em grupos nos quais todos jogam entre si na busca por vagas para a próxima etapa.

A classificação na primeira fase se dá pela soma de pontos dos jogos disputados. As duas melhores classificadas de cada grupo, juntamente com as quatro melhores terceiras colocadas dentre os seis grupos, classificam-se para os oitavos de final.

A partir de então, as eliminatórias ocorrem no modelo “mata-mata” em que o perdedor da partida é eliminado da competição.

A edição mais recente deste torneio ocorreu em 2016, sediada na França, na qual Portugal foi consagrado campeão triunfando na final contra a seleção anfitriã. Diante disto, este estudo tem como objetivo analisar os resultados desta competição utilizando ferramentas de Centralidade em Grafos comparando-os com os obtidos pelo cálculo de Centralidade de Graus (FREEMAN, L. C., 1978) e de Camadas (BERGIANTE ET AL., 2011).

Os dados das partidas, disponíveis em Globo Esporte, foram modelados de forma a obter um grafo direcionado em que os vértices representam as seleções enquanto que as arestas representam resultados de “não derrota”.

Ou seja, se o time x ganhar do time y , haverá uma aresta direcionada de x para y . Todavia, se os times x e y empatarem, haverá uma aresta direcionada de x para y e outra direcionada de y para x . Essa modelagem produzirá uma matriz adjacente não simétrica em que cada aresta recebe valor 1.

O cálculo da centralidade por graus mensura a diferença entre vitórias e derrotas que é similar ao método proposto por Copeland, A.H. (1951).

Já o cálculo de centralidade por camadas expõe diferenças entre vencer times fortes e fracos, uma vez que, estes últimos, vão sendo eliminados conforme aplicação do método e interferem na centralidade de seleções ligadas a eles.

Fazendo uso do Software UCINET (BORGATTI ET AL., 2002) o grafo abaixo foi elaborado, aplicando o modelo de layout “Scaling/Ordinating”, no qual é possível visualizar a composição dos grupos na primeira fase a as disputas ocorridas durante a competição.

Além disso, os vértices foram coloridos de acordo com suas respectivas centralidades de graus sendo os verdes os de maior centralidade decrescendo para brancos, pretos, azuis e rosas – de menor centralidade.

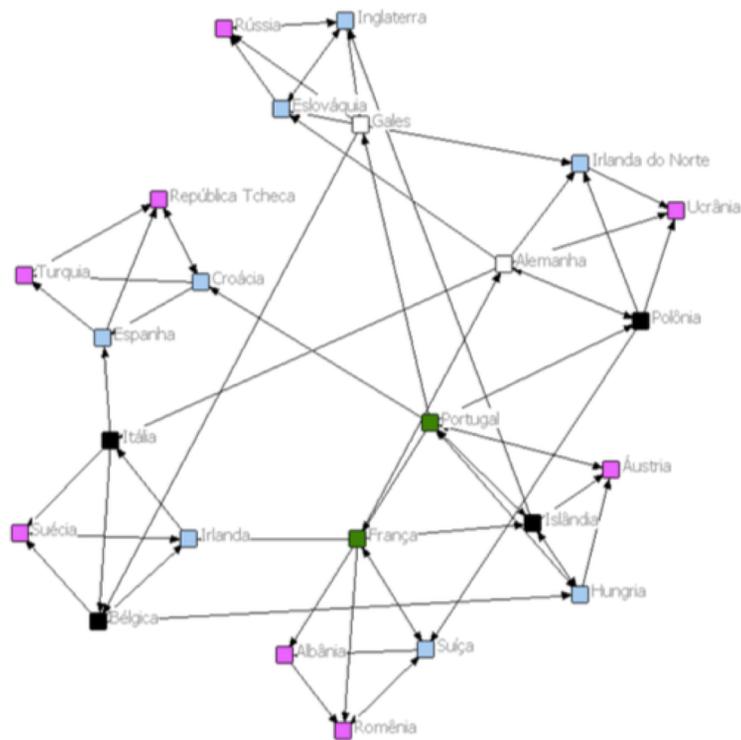


Figura 5 – Grafo da competição

Adicionalmente aos resultados obtidos pelos cálculos de centralidades, foi incluída, como o objeto de comparação, a classificação oficial da Federação Internacional de Futebol (FIFA). Essa classificação, conhecida como o Ranking Mundial da FIFA, é um sistema de ordenação das 211 seleções nacionais de futebol que são associadas à Federação Internacional de Futebol.

Os dados foram obtidos no sítio eletrônico oficial FIFA/ Coca-Cola World Ranking (2016) no ranking masculino elaborado no dia 02 de Junho de 2016, o último antes do início dos jogos da Eurocopa 2016.

Assim, os países participantes da competição em foco foram ordenados seguindo o ranking oficial. Dessa maneira, é possível determinar quem eram os times fortes, que tinham expectativas altas de avançar na competição, e os times que possuíam baixa expectativa, os fracos e azarões (zebras).

A Tabela 2 ao lado mostra os resultados de classificação utilizando os métodos de centralidade de grau e de camada.

Simultaneamente, expõe a classificação geral da competição sendo esta, a última fase alcançada pelo time no torneio, e a classificação do país seguindo o ranking oficial da FIFA.

País	Classificação Geral na Competição	Centralidade de Grau	Centralidade em Camadas	Ranking FIFA
Portugal	Final	1	1	4
França	Final	1	2	9
Alemanha	Semifinal	3	5	2
Gales	Semifinal	4	8	16
Polônia	Quartas de Final	4	5	18
Bélgica	Quartas de Final	6	3	1
Islândia	Quartas de Final	6	4	22
Itália	Quartas de Final	6	8	7
Croácia	Oitavas de Final	6	8	17
Inglaterra	Oitavas de Final	10	5	6
Hungria	Oitavas de Final	10	8	12
Suíça	Oitavas de Final	10	8	8
Espanha	Oitavas de Final	10	14	3
Irlanda	Oitavas de Final	14	8	21
Eslováquia	Oitavas de Final	14	15	14
Albânia	Fase de Grupos	14	15	24
Turquia	Fase de Grupos	14	15	10
Áustria	Fase de Grupos	18	18	5
República Tcheca	Fase de Grupos	18	18	20
Romênia	Fase de Grupos	18	18	13
Rússia	Fase de Grupos	18	18	19
Suécia	Fase de Grupos	18	18	23
Irlanda do Norte	Oitavas de Final	18	23	15
Ucrânia	Fase de Grupos	24	24	11

Tabela 2 – Rankings (Centralidade de Grau, Centralidade em Camadas e FIFA)

Ambas as centralidades destacam o mau desempenho da seleção Ucraniana na competição, que perdeu todos os três jogos disputados na fase de grupos. Além disso, a centralidade de grau destaca a atuação insatisfatória da Irlanda do Norte que, mesmo chegando até as Oitavas de Finais, apenas obteve uma vitória contra o adversário mais fraco da competição (Ucrânia).

Ao mesmo tempo, pelo *ranking* construído a partir da centralidade de camadas, Alemanha e País de Gales, que disputaram a Semifinal, estão atrás de Bélgica e Islândia, que só chegaram até as quartas.

Isso pode ser explicado analisando os jogos disputados de cada seleção. Enquanto a Alemanha obteve duas das quatro vitórias na competição sobre seleções fracas (Ucrânia e Irlanda do Norte), a Islândia conseguiu um empate contra a campeã, Portugal, e teve apenas uma derrota durante todo o torneio contra a França, vice campeã.

Já o País de Gales, embora tenha derrotado a seleção Belga, foi derrotado pela Inglaterra nas fases de grupo, que foi eliminada nas oitavas de final. Além disso, teve uma vitória sobre a seleção do Irlanda do Norte.

É válido notar que Bélgica e Alemanha foram classificadas, respectivamente, como primeiro e segundo lugar no *ranking* da FIFA enquanto que no de camadas estiveram em 3o e em 5o. Já a Islândia, posicionada em 22o na FIFA, se posicionou entre os dois times na classificação de camadas alcançando a 4a colocação no *ranking* de camadas. Dessa maneira, a Islândia pode ser considerada o time azarão desta competição pela ótica de centralidades por camada.

Por fim, ambas as medidas de centralidade confirmam a classificação obtida pelos países que chegaram até a final. Esse resultado já era esperado uma vez que quando mais o time avança na competição maior é a quantidade de jogos em que ele é vitorioso.

Considerações Finais

Neste presente estudo foi analisada a aplicação de medidas de centralidade de grafos na interpretação de resultados da Eurocopa 2016, que é uma competição que tem como primeira fase a classificação por somatório pontuação entre grupos e se desenvolve em eliminatórias “mata-mata” até a sua fase final. Nesta análise, foram comparados os resultados obtidos pelo cálculo de centralidade de graus e de camadas. Além disso, foi utilizada a classificação geral dos times na competição e o *ranking* oficial elaborado pela FIFA em Junho de 2016.

A centralidade de graus apenas ordena os times que obtiveram mais vitórias do que derrotas na competição, ou seja, quando os times são analisados sob essa ótica, é indicado até em que fase avançaram.

Já a centralidade por camada permite uma análise mais profunda de cada no jogo no sentido de ser vitorioso contra times forte ou fracos uma vez que estes são eliminados no início da aplicação do método, o que altera os graus de cada time à cada rodada da metodologia.

Com este estudo foi possível constatar a viabilidade de se aplicar metodologia de centralidade de graus e camadas de grafos em competições de “mata-mata”. A principal conclusão deste estudo é que ambas as medidas de centralidade confirmaram Portugal e França como primeiro e segundo lugar respectivamente. Esse resultado já era esperado pois quanto mais o time avança na competição maior é a quantidade de jogos em que ele é vitorioso.

Além disso, é interessante verificar que a Bélgica, primeiro lugar no *ranking* da FIFA, mesmo não conseguindo passar das quartas-finais, terminou em terceira posição pelo *ranking* produzido pela centralidade de camadas. Coincidentemente, esta é a mesma posição que a seleção finalizou a Copa do Mundo Rússia 2018.

Por fim, é possível concluir que a Islândia, mesmo sendo eliminado nas quartas de final, foi o time azarão da competição uma vez que avançou mais no torneio do que times bem colocados no ranking da FIFA como a Espanha. A análise por Centralidade de Camadas demonstrou que este país possuía grande potencial de crescimento em futuras competições, o que se comprovou com a sua classificação para o Mundial de 2018.

Referências

- BERGIANTE, N. C. R., DE MELLO, J. C. C., NUNES, M. V. R., & PASCHOALINO, F. F. **Application of a centrality measure proposal to evaluate the network of a Brazilian airline.** *Journal of Transport Literature*, 5(4), 2011.
- BONACICH, P. **Power and Centrality: A Family of Measures.** *The American Journal of Sociology*, 92(5), 1170-1182, 1987.
- BORGATTI, S. P.; EVERETT, M.G. **A Graph-theoretic perspective on centrality.** *Social Networks*, 28(4), 466-484, 2006.
- BORGATTI, S.P., EVERETT, M.G. AND FREEMAN, L.C. **Ucinet 6 for Windows: Software for Social Network Analysis.** Harvard, MA: Analytic Technologies, 2002.
- BRANDÃO, L. C., DEL-VECCHIO, R.R. E SOARES DE MELLO, J.C.C.B. **Graph Centrality Analysis for the Evaluation of the 2014 Guanabara Cup.** In: *5th International Conference on Mathematics in Sport*, p. 11-17, Loughborough University, 2015.
- BRANDÃO, L., SOARES DE MELLO, J.C.C., DEL-VECCHIO, R.R. **Estudos sobre nova medida de centralidade em grafos: A centralidade em camadas.** *XVIII Simpósio de Pesquisa Operacional & Logística da Marinha* DOI: 10.5151/marine-spolm2015-140848, 2016.
- COPELAND, A. H. **A reasonable social welfare function.** *Mimeo.* University of Michigan, 1951.
- DE SOUSA, S.; KROPATSCHEK, W. G. **Graph-based point drift: Graph centrality on the registration of point-sets.** *Pattern Recognition*, Vol.48 (2), p.368-380, 2015.

Referências

- DERUDDER, B.; TAYLOR, P. J.; WITLOX, F.; CATALANO, G. **Hierarchical tendencies and regional patterns in the world city network: a global urban analysis of 234 cities.** *Regional Studies*, 37(9), 875-886, 2003.
- ERCSEY-RAVASZ, M.; LICHTENWALTER, R.; CHAWLA, N. V.; TOROCZKAI, Z. **Range-limited Centrality Measures in Complex Networks.** *Physical Review E*, 85(6), 066103, 2012.
- FIFA/ Coca-Cola World Ranking; “Men’s Ranking 02 June 2016”. Disponível em: <<https://www.fifa.com/fifa-world-ranking/ranking-table/men/rank=263/uefa.html>> Acessado em: 12 de Julho de 2018.
- FREEMAN, L. C. **Centrality in social networks conceptual clarification.** *Social networks*, 1(3), 215-239, 1978.
- FREITAS, L. Q. **Medidas de centralidade em grafos.** Dissertação de Mestrado, Universidade Federal do Rio de Janeiro, 2010.
- Globo Esporte: Classificação Eurocopa. Disponível em: <<http://globoesporte.globo.com/futebol/eurocopa/classificacao.html>> Acessado em: 08 de Julho de 2018.
- JIANG, T.S., POLIZZI, Z.T.; YUAN, C.Q. **A Networks and Machine Learning Approach to Determine the Best College Coaches of the 20th-21st Centuries.** *CoRR*, abs/1404.2885, 2014.
- Jornal do Brasil: “Audiência da Copa de 2018 segue em alta na Itália.” Disponível em: <<http://www.jb.com.br/copa-do-mundo/noticias/2018/06/29/audiencia-da-copa-de-2018-segue-em-alta-na-italia/>> Acessado: em 14 de julho de 2018.
- MORADI, P. ; SHIRI, M. E.; RAD, A. A.; KHADIVI, A.; HASLER, M. **Automatic skill acquisition in reinforcement learning using graph centrality measures.** *Intelligent Data Analysis*, Vol.16 (1), p.113-136, 2012.
- MUCELLI, D.; “Segundo Ibope, Alemanha teve maior audiência da Copa depois do Brasil.” Disponível em: <<https://www.gazetadopovo.com.br/esportes/copa/2018/segundo-ibope-alemanha-teve-maior-audiencia-da-copa-depois-do-brasil-0h7teu5eihl8iths73sjnftw>> Acessado em: 14 de julho de 2018.
- PAGE, L.; BRIN, S.; MOTWANI, R.; WINOGRAD, T. **The PageRank Citation Ranking: Bringing Order to the Web.** *Technical Report, Stanford InfoLab.*, 1999.
- SINHA, R., & MIHALCEA, R. **Unsupervised graph-based word sense disambiguation using measures of word semantic similarity.** In *Semantic Computing, 2007. ICSC 2007. International Conference on* (pp. 363-369). IEEE, 2007.
- SHAW, M. E. **Communication Networks**, In L. Berkowitz (ed), 1964.
- TAYLOR, P. J.; CATALANO, G.; WALKER, D. R. F. **Measurement of the world city network.** *Urban Studies*, 39(13), 2367-2376., 2002.

Este estudo foi apresentado durante o II Simpósio Network Science em novembro de 2018 sendo parte nos Anais do evento disponível em http://networkscience.com.br/wp-content/uploads/2018/11/IISINS_CienciaRedes_Artigo_Cent_r_Grafos_EUROCOPA.pdf